МЕТОДИ ТА ПРИЛАДИ КОНТРОЛЮ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПАРАМЕТРІВ

УДК 681.325

ЗАГАЛЬНА КЛАСИФІКАЦІЯ СИГНАЛІВ ТА ЇХ ОПРАЦЮВАННЯ

І.І. Лагун, Р.А. Наконечний

Національний університет "Львівська політехніка", вул. С. Бандери, 12, м. Львів, 79013

Наведена загальна класифікація сигналів, що базується на поділі сигналів за їх характером зміни та інформативним змістом. Аналізуються характеристики основних типів сигналів – детермінованих та випадкових, а також їх математичні моделі. Приводяться загальні рекомендації щодо опрацювання різних типів сигналів.

Приведена общая классификация сигналов, которая базируется на делении сигналов за их характером изменения и информативным содержанием. Анализируются характеристики основных типов сигналов – детерминированных и случайных, а также их математические модели. Приводятся общие рекомендации относительно прорабатывания разных типов сигналов.

There is described the general classification of signals based on their character changes and informative content. Characteristics of major types of signals, deterministic and random, and their mathematical models have been analyzed. General recommendations for processing of signals of various types have been provided.

Аналіз та обробка сигналів лежить в основі вирішення прикладних задач у багатьох науково-технічних областях. Важливою складовою аналізу сигналів є їх класифікація, що базується на поділі сигналів за характером зміни та інформативним змістом.

Фізична природа сигналу може бути різноманітною. Тому до сигналів можна віднести сигнали електричні, магнітні, оптичний сигнал і фізичний процес, що представляє собою матеріальне втілення інформаційного повідомлення – зміни певного параметра носія інформації (напруги, частоти, потужності електромагнітних коливань, інтенсивності світлового потоку тощо) у часі, у просторі або залежно від зміни значень яких-небудь інших аргументів (незалежних змінних) і змістовності певного фізичного стану або процесу, як, наприклад, сигнали світлофора, звукові попереджуючі сигнали і т.п.

Сигнали можна розглядати як певні відомості, повідомлення, інформацію про процеси, стани або фізичні величини об'єктів, виражені у формі, зручній для передачі, обробки, зберігання й використання цих відомостей. Якщо врахувати, що сигнали, як правило, описуються ще і математичною залежністю, то отримаємо повне визначення сигналу.

Отже, сигнал – це інформаційна функція, що несе повідомлення про фізичні властивості, стан або поводження деякої фізичної системи, об'єкта чи середовища.

Для виділення корисної інформації з отриманого сигналу проводиться його аналіз.

Під "аналізом" сигналів мається на увазі не лише їх чисто математичні функціональні перетворення, але й отримані на основі цих перетворень результати та висновки про специфічні особливості відповідних процесів і об'єктів. Метою аналізу сигналів є:

- визначення або оцінка кількісних параметрів сигналів (енергія, середня потужність, середнє квадратичне значення та ін.);
- розкладання сигналів на елементарні складові для отримання всесторонньої, більш повної інформації про сигнал;
- порівняння ступенів "подібності" або "спорідненості" різних сигналів, у тому числі з певними кількісними оцінками.

Сигнали можуть бути об'єктами теоретичних досліджень і практичного аналізу лише тоді, коли визначений їх математичний опис – математична модель. Математичний опис дозволяє абстрагуватися від фізичної природи сигналу й матеріальної форми його носія, здійснювати класифікацію сигналів, виконувати їх порівняння, встановлювати ступінь тотожності, моделювати системи обробки сигналів. Переважно опис сигналу задається функціональною залежністю певного інформаційного параметра сигналу від незалежної змінної (аргументу) – *s(x), y(t)* і т.п. При цьому функції математичного опису сигналів можуть бути як дійсними, так і комплексними.

Існуючий математичний апарат для аналізу сигналів досить широкий і використовується на практиці в залежності від типів сигналів, їх характеру зміни, необхідної точності перетворення та обробки.

Детерміновані сигнали – це сигнали, які можна описати явними математичними залежностями і значення яких у будь-який момент часу або в довільній точці простору (або в залежності від будь-яких інших аргументів) є апріорно відомими, або можуть бути досить точно визначені.

Сигнали, закони зміни яких неможливо описати явними математичними залежностями, оскільки вони носять випадковий характер, відносяться до випадкових. Переважно сукупність їх оцінюється статистичними характеристиками процесу, які вони утворюють, і характеризується законами розподілу ймовірностей, кореляційними функціями, спектральними густинами енергії. У випадку, якщо сигнал є ергодичним, то усі характеристики можуть бути оцінені по одній реалізації в часі.

Реальні сигнали завжди випадкові. На практиці здебільшого мають місце квазідетерміновані сигнали, що описуються функціями з невідомими випадковими параметрами.

Детерміновані сигнали можна розділити на:

- періодичні сигнали,
- неперіодичні сигнали.

До періодичних відносяться гармонійні та полігармонійні сигнали. Для періодичних сигналів виконується загальна умова $s(t) = s(t + kT)$, де k = 1, 2, 3, ... – будь-яке ціле число: T – період, що є кінцевим відрізком незалежної змінної.

Гармонійні сигнали (або синусоїдальні) описуються наступними виразами [1]:

$$s(t) = A\sin\left(2\pi f_0 t + \phi\right) = A\sin\left(\omega_0 t + \phi\right),$$
$$s(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi), \qquad (1)$$

де $A, f_0, \omega_0, \varphi, \phi$, А – постійні величини, які можуть виконувати роль інформаційних параметрів сигналу: A - амплітуда сигналу, f_0 - циклічна частота в герцах, $\omega_0 = 2\pi f_0$ - кутова частота в радіанах, φ і ϕ - початкові фазові кути в радіанах.

Період одного коливання $T = 1/f_0$. При $\varphi = \phi - \pi/2$ синусні й косинусні функції описують цей самий сигнал. Частотний спектр сигналу представлений амплітудним і початковим фазовим значенням частоти f_0 (при $t = 0$).

Полігармонійні сигнали становлять найбільш широко розповсюджену групу періодичних сигналів і описуються сумою гармонійних коливань [1]:

$$s(t) = \sum_{n=0}^{N} A_n \sin(2\pi f_n + \varphi_n), \qquad (2)$$

або безпосередньо функцією $s(t) = y(t \pm kT_p)$, $k = 1,2,3,\ldots$, де T_p – період одного повного коливання сигналу $y(t)$, заданого на одному періоді. Значення $f_p = 1/T_p$ називають основною частотою коливань.

Полігармонічні сигнали є сумою певної постійної складової $(f_0 = 0)$ і довільного (у межі - нескінченного) числа гармонічних складових з довільними значеннями амплітуд A_n і фаз φ_n з періодами, кратними періоду основної частоти f_p. Частотний спектр полігармонійних сигналів дискретний.

Періодичний сигнал будь-якої довільної форми може бути представлений у вигляді суми гармонійних коливань з частотами, кратними основній частоті коливань f_p. Для цього достатньо розкласти один період сигналу в ряд Фур'є з кроком по частоті, рівним основній частоті коливань $\Delta f = f_p$ [1]:

$$s(t) = \sum_{k=0}^{K}\left(a_k \cos\left(2\pi k \Delta f t\right) + b_k \sin\left(2\pi k \Delta f t\right)\right), \qquad (3)$$

де $a_0 = \dfrac{1}{T}\int_0^T s(t)dt, \quad a_k = \dfrac{2}{T}\int_0^T s(t)\cos(2\pi k \Delta f t)dt,$

$b_k = \dfrac{2}{T}\int_0^T s(t)\sin(2\pi k \Delta f t)dt.$

Кількість членів ряду Фур'є $K=k_{\max}$ звичайно обмежується максимальними частотами $f_{\max}$ гармонійних складових у сигналах так, щоб $f_{\max}<Kf_p$.

Інформаційними характеристиками полігармонійного сигналу можуть бути як певні особливості форми сигналу (розмах від мінімуму до максимуму, екстремальне відхилення від середнього значення тощо), так і параметри певних гармонік у цьому сигналі. Так, наприклад, для прямокутних імпульсів інформаційними характеристиками можуть бути період повторення імпульсів, тривалість імпульсів, шпаруватість імпульсів. При аналізі складних періодичних сигналів інформаційними характеристиками є [1]:

- поточне середнє значення за певний час, наприклад, за період

$$s_m = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} s(t)dt\,, \tag{4}$$

- постійна складова одного періоду

$$s_p = \frac{1}{T}\int_0^{T} s(t)dt\,, \tag{5}$$

- середнє випрямлене значення

$$s_a = \frac{1}{T}\int_0^{T} |s(t)|dt\,, \tag{6}$$

- середнє квадратичне значення

$$\|s(t)\| = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{T} x(t)^2\,dt}\,. \tag{7}$$

В техніці полігармонічні сигнали зустрічаються набагато частіше, ніж ті, що описуються простою гармонічною функцією.

До неперіодичних сигналів відносять майже періодичні і аперіодичні сигнали. До недавнього часу основним інструментом їхнього аналізу також була частотна область подання.

Майже періодичні сигнали близькі за своєю формою і спектральними характеристиками до полігармонічних. Вони представляють суму двох і більше гармонічних сигналів, але не з кратними, а з довільними частотами, відношення яких є ірраціональними числами, внаслідок чого основний період сумарних коливань нескінченно великий. Математичне подання сигналів тотожне до полігармонічних сигналів, а частотний спектр є також дискретним.

Аперіодичні сигнали становлять основну групу неперіодичних сигналів і задаються довільними функціями часу.

До аперіодичних сигналів відносяться також імпульсні сигнали, які часто розглядаються у вигляді окремого класу. Імпульси представляють сигнали, як правило, певної й досить простої форми, що існують у межах кінцевих тимчасових інтервалів.

Частотний спектр аперіодичних сигналів неперервний і може містити будь-які гармоніки в частотному інтервалі [0, ∞]. Для його обчислення використовується інтегральне перетворення Фур'є, яке можна отримати при переході у виразі (3) від сумування до інтегрування при $\Delta f \to 0$ і $k\Delta f \to f$:

$$\begin{aligned} s(t) &= \int_0^{\infty} \left(a(f)\cos(2\pi ft) + b(f)\sin(2\pi ft)\right)df = \\ &= \int_0^{\infty} S(f)\cos(2\pi ft - \varphi(f))df\,, \end{aligned} \tag{8}$$

$$a(f) = \int_0^{T} s(t)\cos(2\pi ft)dt\,,$$

$$b(f) = \int_0^{T} s(t)\sin(2\pi ft)dt\,,$$

$$S(f) = \sqrt{a(f)^2 + b(f)^2}\,,\ \ \varphi(f) = \operatorname{arctg}\frac{b(f)}{a(f)}\,.$$

Частотні функції $a(f)$, $b(f)$ і $S(f)$ представляють не амплітудні значення відповідних гармонік на певних частотах, а розподіл спектральної щільності амплітуд цих гармонік на частотній шкалі.

Рівняння радіоімпульсу має такий вигляд:

$$s(t) = u(t)\cos(2\pi f_0 t + \varphi_0)\,, \tag{9}$$

де $\cos(2\pi f_0 t + \varphi_0)$ – гармонійне коливання заповнення радіоімпульса, $u(t)$ – огинаюча радіоімпульса.

Положення головного піку спектра радіоімпульсу на частотній шкалі відповідає частоті заповнення f_0, а його ширина визначається тривалістю радіоімпульса. Чим більша тривалість радіоімпульса, тим меншою ширина головного частотного піка.

Випадковий сигнал є одноразовим відтворенням випадкового фізичного явища або фізичного процесу, причому зареєстрований в одиничному спостереженні сигнал не відтворюється при повторних спостереженнях і не може бути описаний явною математичною залежністю. При реєстрації випадкового сигналу реалізується лише один з можливих варіантів випадкового процесу, а досить повний і точний опис процесу в цілому можна зробити тільки після багаторазового повторення спостережень і обчислення певних статистичних характеристик сигналу. Конкретна реалізація процесу, що описує випадкове явище, формує вибіркову функцію сигналу (або реалізацію). Сукупність усіх можливих сигнальних вибіркових функцій, які може дати випадкове явище, формує випадковий або стохастичний процес.

Випадкові процеси поділяються на стаціонарні і нестаціонарні. У свою чергу стаціонарні випадкові процеси поділяються на ергодичні та неергодичні. Подальша класифікація нестаціонарних випадкових процесів проводиться за особливостями їх нестаціонарностей.

До стаціонарних процесів належать такі процеси, ймовірнісні властивості яких не залежать від початку відліку часу.

Якщо фізичне явище описується випадковим процесом, то властивість цього явища можна оцінити у будь-який момент часу шляхом усереднення по сукупності сигнальних вибіркових функцій, що утворюють випадковий процес.

Середнє значення (перший момент) випадкового процесу у момент часу t_1 можна обчислити, взявши миттєві значення всіх вибіркових функцій ансамблю у момент часу t_i, додавши ці значення і розділивши на число вибіркових функцій. Автокореляція (змішаний момент) значень випадкового процесу в два різні моменти часу обчислюється шляхом усереднення по ансамблю добутків миттєвих значень в моменти часу t_i та $t_i+\tau$. Отже, середнє значення $\mu_x(t_i)$ та автокореляційна функція $R_{xx}(t_i, t_i+\tau)$ випадкового процесу $\{x(t_i)\}$ визначаються відповідно наступним чином [2]:

$$\mu_x(t_i) = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} x_k(t_i), \qquad (10);$$

$$R_{xx}(t_i, t_i+\tau) = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} x_k(t_i)\cdot x_k(t_i+\tau). \qquad (11);$$

У загальному випадку, коли $\mu_x(t_1)$ та $R_{xx}(t_1, t_1+\tau)$, визначені рівняннями (10, 11), залежать від моменту часу t_1, то випадковий процес $\{x(t)\}$ відноситься до нестаціонарних. У випадку, коли $\mu_x(t_1)$ та $R_{xx}(t_1, t_1+\tau)$ не залежать від моменту часу t_1, то випадковий процес відноситься до слабо стаціонарних або стаціонарних в широкому сенсі. Середнє значення слабо стаціонарного процесу є постійним, а автокореляційна функція залежить лише від зміщення часу, тобто $\mu_x(t_1)=\mu_x$ та $R_{xx}(t_1, t_1+\tau) = R_{xx}(\tau)$.

Для визначення повного набору функцій розподілу, які задають структуру випадкового процесу $\{x(t)\}$, потрібно обчислювати нескінченне число моментів і змішаних моментів вищих порядків. У тому випадку, коли усі моменти і змішані моменти інваріантні в часі, випадковий процес $\{x(t)\}$ називається строго стаціонарним або стаціонарним в вузькому сенсі.

У багатьох випадках характеристики стаціонарного випадкового процесу можна обчислити, усереднюючи за часом в межах окремих сигнальних вибіркових функцій, які входять в ансамбль. У цьому випадку всі характеристики випадкового процесу можна проаналізувати шляхом дослідження властивостей тільки однієї сигнальної реалізації. Такі процеси відносяться до ергодичних. Для ергодичних процесів середні значення і автокореляційні функції, отримані усередненням за часом (як і інші характеристики, обчислені усередненням за часом), рівні аналогічним характеристикам, знайденим усередненням по ансамблю, тобто $\mu_x(k)=\mu_x$ та $R_{xx}(\tau,k)=R_{xx}(\tau)$. Ергодичні випадкові процеси завжди є стаціонарними. Всі нестаціонарні випадкові процеси неергодичні, однак неергодичними можуть бути й стаціонарні випадкові процеси. Ергодичні випадкові процеси утворюють дуже важливий клас випадкових процесів, оскільки всі властивості ергодичних процесів можна визначити по єдиній сигнальній вибірковій функції. На практиці стаціонарні випадкові процеси зазвичай виявляються ергодичними. Саме з цієї причини властивості стаціонарних випадкових явищ часто можна визначити по одній сигнальній реалізації.

До нестаціонарних процесів відносяться всі випадкові процеси, що не задовольняють умовам стаціонарності. Якщо не накладаються додаткові обмеження, то властивості нестаціонарних випадкових процесів зазвичай залежать від часу і можуть бути встановлені лише шляхом усереднення в окремі моменти часу по ансамблю вибіркових функцій, які створюють процес. На практиці часто не вдається отримати достатнє число реалізацій для точної оцінки властивостей процесу. Наслідком цього є відставання в розвитку практичних методів вимірювання і аналізу нестаціонарних випадкових процесів.

У деяких випадках нестаціонарні випадкові процеси вдається подати в такий спосіб, що можна спростити їх аналіз. При цьому дані випадкового сигналу вдається представити у вигляді випадкового процесу, всі вибіркові функції якого мають вигляд $x(t) = a(t)u(t)$, де $(u(t)$ –сигнальна вибіркова функція стаціонарного випадкового процесу $\{u(t)\}$, $a(t)$ – детермінована функція. Отже в цьому випадку дані представляються нестаціонарним випадковим процесом, усі сигнальні вибіркові функції якого мають загальне детерміноване тлумачення. Якщо нестаціонарний випадковий процес має такий вигляд, то для опису його властивостей не завжди потрібне усереднення по ансамблю. Іноді багато важливих властивостей вдається оцінити по єдиній сигнальній вибірковій функції, як і у разі ергодичних стаціонарних процесів.

Опрацювання розглянутих сигналів залежить від наведених вище особливостей їх формування. Найбільшою універсальністю та широким практичним застосуванням серед існуючих ортогональних перетворень відзначається перетворення Фур'є, яке разом з косинусним і синусним перетвореннями та перетворенням Хартлі ефективно може використовуватися для аналізу періодичних сигналів, що змінюються в широкому діапазоні частот. Теоретичні і практичні дослідження ортогональних несинусоїдальних перетворень (перетворення Хаара, Уолша-Адамара, Лапласа) показують, що вони мають тісний зв'язок з перетворенням Фур'є, проте відрізняються базовими функціями з різними модифікаціями спектральних компонент, ваговими функціями, а також особливостями застосування. Такі перетворення мають низьку ефективність при аналізі широкосмугових сигналів, як швидкоплинних, перехідних так і повільних. Це обумовлено складністю аналітичних виразів, зменшенням рівня чутливості інформативних параметрів та суттєвим збільшенням часу оброблення.

Перетворення Габора та короткочасове перетворення Фур'є є також малопридатними для аналізу неперіодичних сигналів з широким спектральним вмістом, оскільки їх часо-частотні вікна є жорсткими і незмінними в усьому діапазоні частот [2].

Для аналізу та синтезу неперіодичних широкосмугових сигналів найефективніше використовувати малохвильове (вейвлет) перетворення [3], оскільки таке перетворення дає можливість здійснювати ефективну декореляцію сигналів одночасно в часовій та частотній областях.

ВИСНОВКИ

Базисні функції вейвлет-перетворення мають роздільну здатність в часі, що зменшується з масштабом і роздільну здатність по частоті, що збільшується з масштабом. Ця властивість вейвлет-перетворення надає йому велику перевагу при аналізі випадкових сигналів, оскільки швидкі варіації сигналів (високочастотні характеристики) добре локалізовані, а для виявлення повільно змінних характеристик достатньо хорошої низькочастотної роздільної здатності.

Вейвлет-перетворення, що володіє рухомим частотно-часовим вікном, однаково добре виявляє і низькочастотні і високочастотні характеристики сигналів. Крім того фінітність базисних функцій дозволяє проводити вейвлет аналіз нестаціонарних процесів.

За допомогою вейвлет-пакетного розкладу сигналу можна отримати точне представлення про часо-частотну динаміку нестаціонарного сигналу, що складається з багатьох короткотривалих викидів різного масштабу, форма яких може сильно відрізнятись від гармонійних коливань різної частоти.

Література

1. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов. – М.: Высшая школа, 1988. – 540 с.

2. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных: Пер. с англ.–М.: Мир, 1989.– 540с.

3. Наконечний А.Й. Теорія малохвильового (wavelet) перетворення та її застосування. – Львів: Фенікс, 2001. – 278 с.

Поступила в редакцію 13.04.2009р.

Рекомендував до друку докт. техн. наук, проф. Походило Є.В.